

## Олимпиада КФУ по математике

11 класс, 2020 год

1. Провод длиной  $d$  метров разрезали на два куска. Можно ли из образовавшихся двух частей провода вырезать куски длиной 1, 2, 3, 6 и 12 метров, если

а)  $d = 25$ ;

б)  $d = 24,99$ ?

2. Функция  $f(x)$ , заданная на всей числовой оси, при всех действительных  $x$  и  $y$  удовлетворяет равенству  $f(x)f(y) = f(x - y)$ . Известно, что  $f(21) = 1$ . Чему равно  $f(2020)$ ?

3. Неотрицательные числа  $a, b, c$  и  $d$  таковы, что  $a + b + c + d = 4$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $S = ab + bc + cd$  и определите все четвёрки  $(a, b, c, d)$  чисел, для которых это максимальное значение достигается.

4. На сторонах  $BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $D$  и  $E$  соответственно так, что  $BD = AE$ . Прямая, соединяющая центры описанных окружностей треугольников  $ADC$  и  $BEC$ , пересекает прямые  $AC$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно. Чему равно отношение  $KC : LC$ ?