

Олимпиада КФУ по математике

11 класс, 2019 год

1. Графики функций $y = x^2 + ax + b$ и $y = x^2 + cx + d$ пересекаются в точке с координатами $(1, 1)$. Вычислите $a^3 + b^3 + c^3 + d^3$.
2. Будем говорить, что число *полупростое*, если оно является произведением двух простых чисел. Какое наибольшее количество последовательных чисел могут быть полупростыми?
3. Функция $f(x)$ задана на всей числовой оси, причём для всех x выполняются неравенства: $f(x + 2018) \leq f(x) \leq f(x + 2019)$.
 - а) Придумайте хотя бы одну функцию $f(x)$, удовлетворяющую этим условиям.
 - б) Докажите, что функция $f(x)$ — периодическая.
4. В треугольнике ABC проведены две высоты AA' и CC' . Найдите величину угла B , если известно, что $AC = 2 \cdot A'C'$.