

Открытая олимпиада школьников по математике

5–7 классы, 2023 год

1. Вася и Петя работают вместе. Они получили заказ на изготовление определённого количества деталей и договорились сделать поровну. Однако Петя невыполнил свой план на 20% и Васе пришлось сделать часть его работы. На сколько процентов Вася изготовил больше деталей, чем Петя?
2. Есть три близнеца: Петя, Вася и Саша. Петя говорит правду только в понедельник и пятницу, Вася — только во вторник и в воскресенье, а Саша — только в среду и субботу. Однажды все трое сказали: «Сегодня суббота». Какой на самом деле день недели?
3. Натуральные числа a и b таковы, что $a < b$ и $\frac{\text{НОК}(a,b)}{\text{НОД}(a,b)} = 200$. Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a}{b}$? Ответ запишите в виде неправильной несократимой дроби.
4. ABC и BCD — треугольники с целочисленными сторонами, периметры которых составляют 10 и 20 соответственно. Какое наименьшее значение может принимать длина CD ?
5. Трёхзначное число $AB\bar{B}$ даёт при делении на 37 остаток 4. Какой остаток даёт при делении на 37 число $B\bar{B}A$? Не забудьте доказать, что другие ответы не подходят.
6. Внутри выпуклого пятиугольника отметили точку O . Пятиугольник разбили на несколько равных треугольников. Для каждого треугольника одна из его вершин — точка O , а остальные вершины находятся на границе пятиугольника. Найдите наибольшее возможное количество треугольников.
7. В Странной стране некоторые города соединены двусторонними авиалиниями, причём из каждого города можно добраться на самолёте ровно в два других. Если из одного города можно добраться до другого на самолётах, это всегда можно сделать не более чем с 3 пересадками. При этом ни для каких двух городов не существует двух разных способов добраться из одного в другой менее, чем с 3 пересадками. Какое наибольшее количество городов НЕ может быть в этой стране?
8. На клетчатой доске 6×8 расставлены шахматные короли так, что любую пустую клетку бьют не менее двух королей. Какое наименьшее количество королей может быть на доске?