

Открытая олимпиада школьников по математике**8 класс, 2022 год**

1. Квадратные уравнения $x^2 + px + q = 0$ и $x^2 + ax + b = 0$ имеют по одному корню. Среди чисел p, q, a, b есть 16, 64 и 1024. Каким может быть четвёртое число?

Если возможных ответов несколько, в систему введите больший из них, а в письменном решении укажите все.

2. Натуральные числа a и b таковы, что $2a + 3b = \text{НОК}(a, b)$. Какие значения может принимать число $\frac{\text{НОК}(a,b)}{a}$? Перечислите все возможные варианты в порядке возрастания или убывания через запятую. Если решений нет, напишите число 0.

3. Число N представляется в виде суммы квадратов пяти подряд идущих натуральных чисел. Докажите, что $N - 5$ представляется в виде суммы квадратов двух натуральных чисел.

4. Внутри пятиугольника отметили 1000 точек и разделили пятиугольник на треугольники так, чтобы каждая из отмеченных точек оказалась вершиной хотя бы одного из них. Какое наименьшее число треугольников могло получиться?

5. В трапеции $ABCD$ с основанием AD диагонали являются биссектрисами углов $\angle B$ и $\angle C$, при этом $\angle C = 110^\circ$. Найдите градусную меру угла $\angle BAC$.

6. В таблице 8×10 (8 строк, 10 столбцов) какие-то клетки чёрные, а остальные — белые. В каждой белой клетке написали суммарное количество чёрных, находящихся с ней в одной строке; в чёрных клетках ничего не написано. Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел во всей таблице?

7. На плоскости отмечены 13 точек общего положения, некоторые из которых соединены отрезками. При этом проведённые отрезки не образуют ни одного треугольника или четырёхугольника с вершинами в отмеченных точках.

Может ли быть нарисовано больше 16 отрезков?

Точки общего положения — точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой.

8. В треугольнике ABC $AB = 13$ и $BC = 15$. На стороне AC взята точка D такая, что $AD = 5$ и $CD = 9$. Биссектриса угла, смежного с углом A , пересекает прямую BD в точке E . Найдите DE .