

# Открытая олимпиада школьников по математике

9 класс, 2019 год

1. Два приведённых квадратных трёхчлена отличаются перестановкой свободного члена и второго коэффициента. Сумма этих трёхчленов имеет единственный корень. А какое значение эта сумма принимает в единице?
2. Найдите все натуральные  $n$ , при которых число  $n^n - 4n + 3$  простое.
3. В стране Налогии каждый платит со своей зарплаты столько процентов налога, сколько тысяч тугриков составляет эта зарплата. Какую зарплату иметь выгоднее всего?  
(Зарплата измеряется положительным, не обязательно целым числом тугриков.)
4. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BM$ , в треугольнике  $ABM$  — медиана  $BN$ , в треугольнике  $BNC$  — медиана  $NK$ . Оказалось, что  $NK \perp BM$ . Найдите  $AB : AC$ .
5. Сколькими способами можно в таблице  $2 \times 7$  расставить натуральные числа от 1 до 14 (каждое по одному разу), чтобы сумма чисел в каждом из семи столбцов была нечётна?
6. В каждой клетке квадрата  $2019 \times 2019$  проведены обе диагонали. Существует ли замкнутый маршрут, состоящий из этих диагоналей, не проходящий ни по одной из диагоналей дважды и посещающий при этом все клетки квадрата (то есть, содержащий хотя бы одну диагональ из каждой клетки)?
7.  $ABCD$  — трапеция,  $AD \parallel BC$ . Точка  $K$  лежит на продолжении луча  $BC$  за точку  $C$ ,  $KL \parallel CD$ ,  $\angle CDL = \angle BAD$ . Кроме того,  $CD = \sqrt{CK \cdot AD}$ .  $O$  и  $M$  — точки пересечения диагоналей четырёхугольников  $ABCD$  и  $CKLD$  соответственно. Докажите, что  $OM \parallel BC$ .
8. Для каждой пары чисел  $\overline{bab}$  и  $\overline{abb}$ , где  $a$  и  $b$  — различные цифры, посчитали НОД этих чисел. Найдите наибольший из этих НОД.  
 $\overline{abb}$  — стандартное обозначение для числа, состоящего из цифр  $a$ ,  $b$  и  $b$  именно в таком порядке.