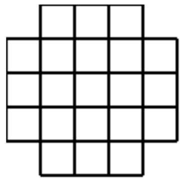
Открытая олимпиада школьников по математике

8 класс, 2016 год

1. Сколькими способами можно разбить изображённую фигуру на прямоугольники 1×3?



2. На острове Невезения живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды в комнате собралось n островитян.

Первый из них сказал: «Ровно 1 процент из присутствующих в этой комнате — лжецы».

Второй сказал: «Ровно 2 процента из присутствующих в этой комнате — лжецы».

...

Человек с номером n сказал: «Ровно n процентов из присутствующих в этой комнате — лжецы».

Сколько человек могло быть в комнате, если точно известно, что хотя бы один из них рыцарь?

3. Аня, Ваня, Даня и Таня собирали яблоки. Оказалось, что каждый из них собрал целое количество процентов от общего числа собранных яблок, причём все эти числа различны и больше нуля. Затем Таня, собравшая больше всех яблок, съела свои яблоки. После этого оказалось, что у каждого из ребят по-прежнему целое количество процентов, но уже от числа оставшихся яблок. Какое минимальное количество яблок могло быть собрано?

4. Число, записанное на доске, разрешается умножать на 5 или переставлять в нём цифры (нельзя ставить ноль на первое место). Можно ли из числа 1 таким образом получить стозначное число $5222\ldots2221$?

5. Дан прямоугольник $ABCD$, $AB = 8$, $BC = 9$. Точка K лежит на стороне BC, точка L — на стороне CD, точка M — на стороне AD. Докажите, что длина ломаной $AKLMB$ не меньше 30.

6. Аня посчитала все девятизначные числа, все цифры в каждом из которых различны, делящиеся на 9. Коля посчитал все десятизначные числа, все цифры в каждом из которых различны, делящиеся на 5. Кто из них насчитал больше чисел?

7. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$. Точка P — пересечение BE и AC, точка Q пересечение CE и AD, точка O — пересечение AD и BE. Оказалось, что ABP и DEQ — равнобедренные треугольники с углом при вершине (именно при вершине, а не при основании), равным 80 градусов. Найдите значение угла ACE, если известно, что треугольники APO и EQO тоже равнобедренные.

8. На доске выписаны все трёхзначные натуральные числа, первые цифра которых нечётны и большей 1. Какое наибольшее количество квадратных уравнений вида $ax^2 + bx + c = 0$ можно составить, использовав в качестве a, b и c данные числа, каждое не больше одного раза так, чтобы все эти уравнения имели корни?