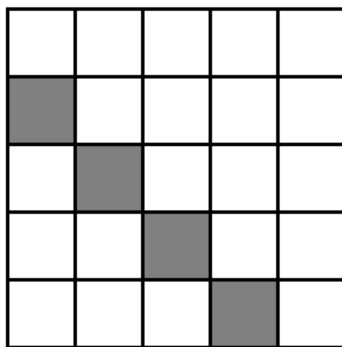


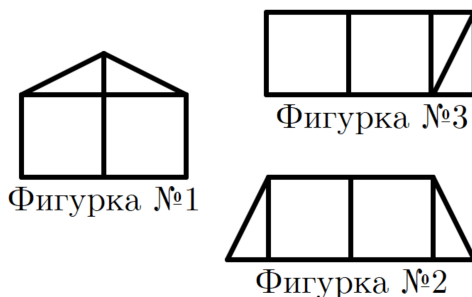
Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 5 класс, 2023 год

1. Том и Джерри играют на бесконечном во все стороны поле из шестиугольных клеток. Изначально только 4 клетки чёрные, остальные — белые (см. рис.). Игроки по очереди перекрашивают клетки, начиная с Тома: Том своим ходом перекрашивает одну чёрную клетку в белый цвет, а Джерри — одну белую в чёрный. При этом запрещено перекрашивать ту клетку, которую только что покрасил соперник. Если в какой-то момент на поле не окажется двух чёрных клеток, соседних друг с другом, Том выиграет. Сможет ли Джерри продолжать игру бесконечно и почему?
2. Есть 49 одинаковых квадратиков. Составьте из них два прямоугольника так, так чтобы их периметры отличались в 2 раза. Лишних квадратиков остаться не должно.
3. В клетках квадрата 5×5 стоят натуральные числа от 1 до 5 так, что в каждом столбце, каждой строке и каждой из двух главных диагоналей все числа различны. Может ли сумма чисел в клетках, закрашенных на рисунке, равняться 20?



4. У Иры есть два одинаковых квадратика и два одинаковых треугольничка, из которых она сложила три фигурки, как показано на рисунке, а затем посчитала периметры этих фигур. У первой фигуры он оказался равен 26, у второй — 32, у третьей — 30. Найдите длины сторон треугольничка.



5. Участники весеннего математического лагеря в день числа π (14 марта) решили подарить друг другу квадраты, если просто знакомы, и круги, если дружат. Андрей обнаружил, что каждому мальчику подарили 3 круга и 8 квадратов, а каждой девочке — 2 квадрата и 9 кругов. А Катя подсчитала, что всего было подарено 4046 фигурок. Докажите, что кто-то из них ошибся.

6. Сколько чисел от 1 до 999 без цифр «0» записываются в римской системе счисления ровно на один символ длиннее, чем в десятичной?

Справка. Чтобы записать число римскими цифрами, надо разбить его на разрядные слагаемые, каждое разрядное слагаемое записать в соответствии с таблицей, а потом записать их последовательно от наибольшего к наименьшему. Например, пусть надо записать число 899, в соответствии с таблицей $800 = DCCC$, $90 = XC$, $9 = IX$, получаем $DCCCXCIX$.

1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	