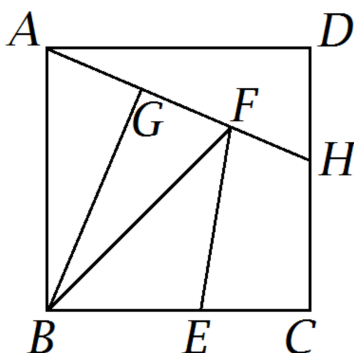


Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 8 класс, 2020 год

1. Полина написала восемь последовательных натуральных чисел и обвела четыре из них чёрной ручкой, а четыре — красной. Может ли произведение красных чисел оказаться в 20 раз больше произведения чёрных?

2. Квадрат разрезан на пять частей равной площади, как показано на рисунке. Найдите отношение $BE : EC$.



3. Сколькими способами можно разместить в фигуре на рисунке числа от 1 до 9 (каждое по одному разу) так, чтобы число в каждой закрашенной клетке было хотя бы на 2 больше, чем каждое из его соседей? Способы, переводимые друг в друга симметрией или поворотом, считаются разными.



4. На доске написано число 2. Двое играют в игру, делая ходы по очереди: каждый из игроков своим ходом может написать на доске любую степень двойки (то есть число вида 2^k , $k \geq 1$). Игрок, после хода которого на доске появятся две одинаковые цифры, проигрывает. У кого из игроков (у того, кто начинает, или у его соперника) есть способ выиграть при любой игре другого? Как он должен действовать?

5. Докажите, что $n^{24} - n^4 + n^2 - n^{22}$ делится на 720 при любом нечётном n .

6. Шахматный конь проскакал по доске 3×4 , причём на первой клетке своего пути написал число n , на второй — число $n + 1$, ..., на последней — $n + 11$. Могло ли оказаться, что сумма чисел в каждой строке кратна трём и сумма чисел в каждом столбце кратна трём?