

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 6 класс, 2018 год

1. В каждую клетку таблицы 100×100 записали натуральное число. Оказалось, что каждое число либо больше всех своих соседей, либо меньше всех соседей. (Два числа называются соседями, если они стоят в клетках с общей стороной.) Какое наименьшее значение может принимать сумма всех чисел?
2. На доске записано натуральное число. Каждую минуту с ним делают следующую операцию: если в нём есть две одинаковых цифры, то стирают любую из них; если же все цифры различны, то стирают всё число и вместо него пишут втрое большее число. Например, из числа 57 можно за две минуты получить $57 \rightarrow 171 \rightarrow 71$ или $57 \rightarrow 171 \rightarrow 17$. Мария написала двузначное число и через несколько минут снова получила его же. Приведите пример, как она могла это сделать.
3. Пруд имеет форму квадрата. В первые морозные сутки льдом покрылась вся часть пруда, от которой до ближайшей точки берега не более 10 метров, во второй — не более 20 м, в третий — не более 30 м и т. д. За первые сутки площадь открытой воды уменьшилась на 35%. На какой день пруд полностью замёрзнет?
4. Прямоугольник 11×12 разрезан на несколько полосок 1×6 и 1×7 . Каково минимальное суммарное количество полосок?
5. В 100 пакетах лежат 2018 конфет, причём нет двух пакетов с одинаковым числом конфет и нет пустых пакетов. При этом некоторые пакеты могут лежать в других пакетах (тогда считается, что конфета, лежащая во внутреннем пакете, лежит и во внешнем). Докажите, что в каком-то пакете есть пакет с пакетом внутри.