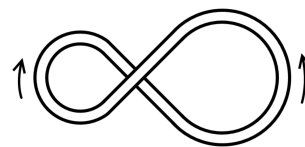


Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 9 класс, 2017 год

1. Том и Джерри бегают друг за другом по трассе в виде восьмёрки (см. рис.). Они бегут в одном направлении и с постоянными скоростями. В начальный момент Джерри был точно над Томом. Через 20 минут Том оказался точно над Джерри, причём ни один из них не успел пробежать полный круг. В момент, когда Джерри пробежал ровно один круг с начала пути, Том наконец догнал его. Сколько времени Том гнался за Джерри?



2. Двое играют в такую игру. Они по очереди называют четырёхзначные числа, у которых нет нулей в записи, а сумма цифр делится на 9. При этом каждое следующее число должно начинаться с той же цифры, на которую кончается предыдущее, например: 3231 — 1539 — 9756 — 6561. . . Повторять числа нельзя. Тот, кто не может назвать очередное число, проигрывает. Кто из игроков — начинающий или его соперник — может выиграть независимо от игры другого?

3. Докажите, что прямоугольник 1×10 можно разрезать на 5 частей и составить из них квадрат.

4. На плоскости отмечены $2n + 1$ точек, причём никакие три точки не лежат на одной прямой, а никакие четыре — на одной окружности. Докажите, что существует окружность, проходящая через три из этих точек, внутри которой лежит $n - 1$ точек и снаружи — тоже $n - 1$.

5. На доске 8×8 клеток можно расположить несколько доминошек (то есть прямоугольников 2×1), не накладывающихся друг на друга. Пусть N — количество способов положить так 32 доминошки, а S — количество способов положить так 16 доминошек. Что больше — N или S ? Способы, которые получаются друг из друга поворотом или отражением доски, считаются различными.