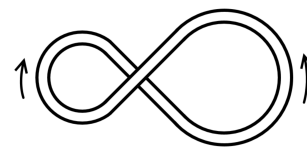


Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 7 класс, 2017 год

1. Том и Джерри бегают друг за другом по трассе в виде восьмёрки (см. рис.). Они бегут в одном направлении и с постоянными скоростями. В начальный момент Джерри был точно над Томом. Через 20 минут Том оказался точно над Джерри, причём ни один из них не успел пробежать полный круг. Ещё через 15 минут Том вернулся в место старта. Через какое время после начала бега Том догонит Джерри?



2. Катя решила сосчитать сумму кубов всех натуральных делителей некоего натурального числа, и у неё получился результат *MATH*. Но потом она обнаружила, что забыла один из делителей. Прибавив его куб, она получила верный результат — *MASS*. Найдите наименьшее возможное значение числа *MATH*. (*MATH* и *MASS* — четырёхзначные числа, в которых каждая цифра заменена буквой, причём одинаковые цифры заменены одинаковыми буквами, а разные — разными.)

3. В треугольнике ABC отмечена точка D такая, что $BD + AC < BC$. Докажите, что

$$\angle DAC + \angle ADB > 180^\circ.$$

4. Двое играют в такую игру. Они по очереди называют восьмизначные числа, у которых нет нулей в записи, а сумма цифр делится на 9. При этом каждое следующее число должно начинаться с той же цифры, на которую кончается предыдущее. Повторять числа нельзя. Тот, кто не может назвать очередное число, проигрывает. Кто из игроков — начинающий или его соперник — может выиграть независимо от игры другого?

5. На доске 8×8 клеток можно расположить несколько доминошек (то есть прямоугольников 2×1), не накладывающихся друг на друга. Пусть N — количество способов положить так 32 доминошки, а F — количество способов поставить на эту доску 16 фишек (в одну клетку нельзя ставить более одной фишки). Что больше — N или F ? Способы, которые получаются друг из друга поворотом или отражением доски, считаются различными.