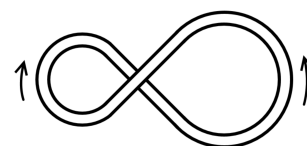


## Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

## Математика, 11 класс, 2017 год

1. Двое играют в такую игру. Они по очереди называют четырёхзначные числа, у которых нет нулей в записи, а сумма цифр делится на 9. При этом каждое следующее число должно начинаться с той же цифры, на которую кончается предыдущее, например: 3231 — 1539 — 9756 — 6561. . . Повторять числа нельзя. Тот, кто не может назвать очередное число, проигрывает. Кто из игроков — начинающий или его соперник — может выиграть независимо от игры другого?

2. Том и Джерри бегают друг за другом по трассе в виде восьмёрки (см. рис.). Они бегут в одном направлении и с постоянными скоростями. В начальный момент Джерри был точно над Томом. Через 20 минут Том оказался точно над Джерри, причём ни один из них не успел пробежать полный круг. В момент, когда Джерри пробежал ровно один круг с начала пути, Том наконец догнал его. После этого они продолжили бежать в том же направлении. Окажется ли ещё когда-нибудь один из них над другим? Тома и Джерри считать точками, трассу — линией.



3. На плоскости отмечены  $2n + 1$  точек, причём никакие три точки не лежат на одной прямой, а никакие четыре — на одной окружности. Докажите, что существует окружность, проходящая через три из этих точек, внутри которой лежит  $n - 1$  точек и снаружи — тоже  $n - 1$ .

4. Угол между диагоналями трапеции равен  $60^\circ$ . Докажите, что сумма длин боковых сторон не меньше, чем длина большего основания.

5. В стране 100 городов, между ними действует несколько беспосадочных авиалиний так, что от любого города до любого можно добраться, возможно, с пересадками. Для каждой пары городов вычислили наименьшее количество перелётов, необходимых чтобы добраться от одного до другого. Назовём транспортной затруднённой страны сумму квадратов этих 4950 чисел. Какое наибольшее значение может принимать транспортная затруднённость? Ответ должен быть дан в виде числа (в десятичной системе счисления).