

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 7 класс, 2015 год

1. В некотором языке есть 3 гласных и 7 согласных букв. Слог может состоять из любой гласной буквы и любой согласной в любом порядке, а слово — из любых трёх слогов. Слово называется забавным, если в нём встречаются две одинаковые буквы подряд. Сколько забавных слов в этом языке?
2. Приведите пример таких целых чисел a и b , что $(10a + b)(a + 10b)(a + b + 1) = 2015$.
3. В равнобедренном треугольнике ABC (какие две из сторон треугольника равны, неизвестно) проведены медианы AA_1 и BB_1 , которые пересекаются в точке O . Известно, что $\angle AOB = 120^\circ$. Найдите углы треугольника ABC .
4. По вновь придуманным правилам в каждом математическом бою участвуют одновременно 3 команды. Организаторы хотят провести турнир из нескольких (более одного) боёв так, чтобы каждые две команды встречались между собой ровно один раз. Какое наименьшее число команд нужно для этого пригласить?
5. В плоском мире есть два треугольных острова. Прибрежными водами каждого острова считается часть моря, удалённая от берега не более чем на 50 км. Может ли случиться, что периметры этих островов одинаковы, а площадь прибрежных вод у них различается? Считайте, что ближайшая к каждому острову суша находится на расстоянии больше 50 км.
6. На плоскости нарисован 2015-угольник со всеми диагоналями. Дима с Сашей играют в следующую игру. Они поочерёдно стирают либо от 1 до 10 соседних сторон нарисованного многоугольника, либо от 1 до 9 его диагоналей. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Первым ходит Дима. Кто из играющих может обеспечить себе победу при любой игре соперника? Как он сможет это сделать?