

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

Математика, 11 класс, 2015 год

1. Натуральные числа a , b , c и d таковы, что $2015^a + 2015^b = 2015^c + 2015^d$. Могут ли быть различными числа $a^{2015} + b^{2015}$ и $c^{2015} + d^{2015}$?
2. Сколько пятизначных чисел делятся на свою последнюю цифру?
3. Точки H , K и M лежат соответственно на сторонах BC , AC и AB треугольника ABC , в котором AH является высотой. Докажите, что AH служит биссектрисой угла KHM тогда и только тогда, когда AH , BK и CM пересекаются в одной точке.
4. Даны 10 последовательных целых чисел, превосходящих 1. Каждое из них разложили на простые множители, а через p обозначили наибольший из всех множителей. Какое наименьшее значение может принимать p ?
5. Ребро правильного тетраэдра $ABCD$ равно 1. Через точку M , лежащую на грани ABC (но не на ребре), проведены плоскости, параллельные трём другим граням. Эти плоскости делят тетраэдр на части. Найдите сумму длин рёбер той части, которая содержит точку D .
6. Марк задумал число m и нашёл число k диагоналей у выпуклого m -угольника. Затем Марк сообщил Кириллу число k и предложил ему найти m . Перепутав вопрос, Кирилл пересчитал диагонали у выпуклого k -угольника. Их оказалось 2015. Найдите m .