

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

10 класс, 2023 год

1. Во сколько раз число A больше или меньше числа B , если

$$A = \underbrace{1 + \dots + 1}_{2022 \text{ раз}} + \underbrace{2 + \dots + 2}_{2021 \text{ раз}} + \dots + 2021 + 2021 + 2022,$$

$$B = \underbrace{2023 + \dots + 2023}_{2022 \text{ раз}} + \underbrace{2022 + \dots + 2022}_{2021 \text{ раз}} + \dots + 3 + 3 + 2.$$

$$\frac{A}{B} = v$$

2. Две окружности касаются друг друга внешним образом и каждая из них касается внутренним образом большей окружности. Радиус одной в два раза, а другой — в три раза меньше радиуса наибольшей окружности. Найдите отношение длины отрезка общей внутренней касательной к малым окружностям, заключенного внутри наибольшей, к ее диаметру.

$$\frac{a}{b^{\sqrt{c}}}$$

3. Дан прямоугольный параллелепипед. Периметры каждой из его трех взаимно перпендикулярных граней равны сторонам нового прямоугольного параллелепипеда. Каким может быть минимальное отношение объема нового параллелепипеда к объему исходного?

$$\frac{1}{9}$$

4. Может ли уравнение

$$x^{2022} - 2x^{2021} - 3x^{2020} - \dots - 2022x - 2023 = 0$$

иметь два положительных корня?

$$\text{Не может}$$

5. Найдите максимальное значение величины $x^2 + y^2$, если известно, что

$$x^2 + y^2 = 3x + 8y.$$

$$27$$