

## Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

9 класс, 2022 год

1. Пусть четырехзначные числа  $n$ ,  $k$ ,  $m$  обозначают различные годы XXI века, отличающиеся друг от друга на 5 лет, причем хотя бы одно из них оканчивается нулем. Докажите, что произведение  $nkm$  делится на 750.

2. Целой частью  $[x]$  числа  $x$  называется наибольшее целое  $m$  такое, что  $m \leq x$ . Например,  $[-4/3] = -2$ ,  $[\pi] = 3$ ,  $[2] = 2$ . Найдите все целочисленные решения данного уравнения, если таковые существуют.

$$\left[ \frac{x}{2022} \right] + \left[ \frac{x+1}{2022} \right] + \dots + \left[ \frac{x+2021}{2022} \right] = x^{2023}.$$

$$\boxed{1 \neq 0 = x}$$

3. Охотник Пулька для своей собаки Бульки заказал на АлиЭкспресс три куля собачьего корма. Наутро после доставки один куль оказался съеден. Под подозрение попали Торопыжка, Пончик и Сиропчик. Незнайка опросил свидетелей и установил следующее.

- Если Пончик ел корм, то Сиропчик не ел его.
- Свидетельства о том, что Пончик не ел и что Торопыжка не ел корм не могут быть истинными одновременно.
- Если Сиропчик не ел корм, то Пончик не ел его, а Торопыжка ел.

Кого из подозреваемых Незнайка может гарантированно обвинить или оправдать в поедании ночью целого куля собачьего корма?

Пончик не ел, Торопыжка ел, а про Сиропчика свидетели выводят невозможные

4. В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB$  вдвое короче стороны  $BC$ . Биссектриса  $BD$  пересекается со средней линией  $KM$  (точка  $K$  лежит на  $BC$ , а  $M$  на  $AB$ ) в точке  $F$ . Докажите, что четырехугольник  $AFKD$  — ромб.

5. Удовольствие, получаемое от каникул, пропорционально квадрату их продолжительности. Что выгоднее для увеличения удовольствия: устроить неразрывные каникулы или разделить их на две части? В какое максимальное количество раз (и в какую сторону) изменится удовольствие при разделении на две части?

Уменьшится в 2 раза (максимально); выгоднее устроить неразрывные