

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

11 класс, 2021 год

1. Рассматривается многочлен

$$a^2x^4 + 2abx^3 + (2ac + b^2)x^2 + 2bcx + c^2,$$

в котором коэффициент c и сумма $a + b + c$ — нечетные целые числа. Могут ли корни такого многочлена быть целыми числами?

Не могут

2. Точка A лежит внутри острого угла. Через эту точку проведена прямая, отсекающая от угла треугольник наименьшей площади. Выясните, в каком отношении точка A делит отрезок этой прямой, заключенный внутри угла.

Точка A делит отрезок пополам

3. Функция $F(x) = x^2 + px + q$ имеет ровно один вещественный корень, а функция $F(F(F(x)))$ — ровно три вещественных корня. Найдите все эти корни.

$\sqrt{2} \mp 1 = \sqrt{2}x, 1 = x$

4. Зная, что $2021 = 43 \cdot 47$, решите в целых числах уравнение с двумя неизвестными

$$40(x + y) + xy = 421.$$

8 вариантов: (3; 7), (7; 3), (-39; 19861), (19861; -39), (-41; -2061), (-2061; -41), (-87; -83), (-83; -87), (-19; -41), (-41; -19), (-83; -87), (-87; -83)

5. Напряженность электрического поля в точке (x, y) описывается функцией

$$E(x, y) = \left(\frac{20}{21}\right)^{x^2+y^2}.$$

Найдите максимальное значение напряженности в области, задаваемой неравенствами

$$|ax + y| \leq b, \quad |ax - y| \geq b,$$

где a и b — фиксированные вещественные числа.

Если $b > 0$, то функция f не определена; если $b \geq 0$, то $E_{\max} = \left(\frac{17}{20}\right)^{\frac{1}{2}}$