

# Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

9 класс, 2019 год

1. Головастики триасовой дискоглоссы имеют по пять ног, а у головастиков саблезубой лягушки отрастает несколько хвостов (у всех одинаковое количество). Сотрудник парка юрского периода зачерпнул вместе с водой несколько головастиков. Оказалось, что всего у пойманных было 100 ног и 64 хвоста. Сколько же хвостов имеет каждый головастик саблезубой лягушки, если все пятиногие головастики имеют один хвост, а все многохвостые — четыре ноги?

2. Может ли число  $n^2 + n + 8$  делиться на 2019 при каких-либо натуральных  $n$ ? Либо найдите такое минимальное  $n$ , либо докажите невозможность.

3. Два пловца проводят тренировки на карьере прямоугольной формы. Первому удобнее выходить на угол карьера, поэтому он проплывает по диагонали до противоположного угла и обратно. Второму пловцу удобнее начинать из точки, которая делит один из берегов карьера в отношении 2018 : 2019. Он проплывает по четырехугольнику, посещая по одной точке на каждом берегу, и возвращается к месту старта. Может ли второй пловец так выбрать точки на трех других берегах, чтобы его путь был короче, чем у первого? Какое минимальное значение может иметь отношение длины большего пути к меньшему?

4. В кладовой Пончика и в кладовой Сиропчика запасено суммарно 100 кг варенья. На поедание своих запасов у каждого коротышки ушло одинаковое время несмотря на то, что они обладают разной прожорливостью. «Если бы мой запас был равен твоему, то я бы съел его за 45 дней» — заявил товарищу Пончик. «А если бы мой запас был равен твоему, я бы съел его всего за 20 дней» — ответил Сиропчик. Какое количество варенья и с какой прожорливостью съел каждый из коротышек? (Не забудьте указать единицы измерения.)

5. Имеет ли уравнение

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} + \dots + \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^2} = 1$$

решение в натуральных числах, больших единицы?