

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

6 класс, 2019 год

1. Задано правило, по которому каждой паре целых чисел X и Y ставится в соответствие число $X \nabla Y$. (Значок « ∇ » означает применение правила к числам X и Y .) Известно, что для любых целых чисел X, Y верны свойства

1. $X \nabla 0 = X$,
2. $X \nabla (Y - 1) = (X \nabla Y) - 2$,
3. $X \nabla (Y + 1) = (X \nabla Y) + 2$.

Найдите формулу, которая описывает действие заданного правила, и решите уравнение

$$X \nabla X = -2019.$$

2. Что больше: сумма всех нечетных чисел от 1 по 2019 (включительно) или сумма всех четных чисел от 2 по 2018 (включительно)?

3. Винтик и Шпунтик проектировали нановездеход. Винтик начертил прямоугольник и наметил в нем двадцать отверстий для колес. Шпунтик разделил прямоугольник на отсеки, начертив две линии, параллельные одной стороне прямоугольника, и еще две, параллельные другой. При этом ни одно отверстие Винтика не попало на линии Шпунтика. Докажите, что обязательно найдется отсек с тремя или более отверстиями.

4. В двух отделах лаборатории «Фантасмагория» разрабатывают мобильные приложения под Android и под iOS. В один из рабочих дней все сотрудники этих отделов обменялись некоторым количеством сообщений. При этом каждый разработчик из Android-отдела отправил по 7, а получил по 15 сообщений, а каждый разработчик из iOS-отдела отправил по 15, а получил по 9 сообщений. Сообщения могли быть отправлены как сотруднику своего, так и чужого отдела. В каком отделе работает больше сотрудников?

5. Как-то раз Баба Яга и Кощей Бессмертный пытались поровну поделить чудесный порошок, который все обращает в золото. Баба Яга достала весы и взвесила весь порошок. Весы показали 6 золотников. Затем она стала убирать порошок, пока весы не показали 3 золотника. Однако Кощей заподозрил, что весы врут, и взвесил отдельно на тех же весах (других не было) отсыпанную часть порошка. Весы показали 2 золотника. Определите точный вес тех двух частей, на которые Баба Яга разделила порошок. Считайте, что если весы врут, то всегда на одну и ту же величину.