

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

11 класс, 2018 год

1. Три электрогенератора имеют мощности x_1, x_2, x_3 , суммарная мощность всех трех не превосходит 2 МВт. В энергосистеме с такими генераторами некоторый процесс описывается функцией

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1^2 + x_2x_3} + \sqrt{x_2^2 + x_1x_3} + \sqrt{x_3^2 + x_1x_2}.$$

Найдите максимальное и минимальное значения этой функции.

2. На кондитерской фабрике решили разработать новый сорт конфет. По технологическим соображениям конфета должна иметь вид цилиндра объемом V и с площадью полной поверхности S . При каких условиях на V и S любые два цилиндра с такими параметрами равны?

3. Многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами обладает свойствами

$$P(1) = 2019, \quad P(2019) = 1, \quad P(k) = k,$$

где число k целое. Найдите это число k .

4. На каждую грань куба установлена правильная 4-угольная пирамида, основанием которой является эта грань куба. Все пирамиды равны.

- 4А. Могут ли боковые ребра трех пирамид, исходящие из одной вершины куба, лежать в одной плоскости? Если это возможно, найдите высоты таких пирамид, выразив их через длину a ребра куба. Если это возможно, приведите доказательство.
- 4В. Могут ли указанные в п. 4А тройки ребер лежать в плоскостях (каждая тройка — в своей плоскости) одновременно для всех вершин куба?

5. Решите уравнение с тремя неизвестными

$$X^Y + Y^Z = XYZ$$

в натуральных числах.