

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

9 класс, 2017 год

1. Число x неизвестно, но известно число $A = x + \frac{1}{x}$.

1. Выразите через A числа $B_k = x^k + \frac{1}{x^k}$ для $k = 2, 3, 4, 8$.

2. Выясните, при каких A и x выполняются равенства

$$B_2 = B_4 = B_8.$$

3. При каких значениях x (и, соответственно, A) количество арифметических операций для вычисления B_2 минимально? Вычислите при найденных значениях x величину

$$C = \left(\left(x^{2017} + \frac{1}{x^{2017}} \right) \cdot \frac{1}{2} \right)^{2017}.$$

2. На тепловой электростанции запас газа всегда остается положительным и ежемесячно меняется следующим образом. Если в текущем месяце запас равен x м³, то в следующем месяце он будет равен $6 - x$ м³. Может ли запас газа в какой-то месяц составить точный квадрат запаса в другом месяце? Если это возможно, то при каком значении запаса и в какие месяцы?

3. Решите уравнение

$$1 - \frac{x}{1} + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} - \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 0.$$

4. Дан произвольный треугольник ABC . Найдите такую точку O внутри треугольника, чтобы площади треугольников AOB , BOC , AOC относились как $1 : 2 : 3$.

5. Квадратный трёхчлен $f(x) = x^2 + px + q$ имеет дискриминант, равный 100. Сколько корней имеет уравнение $f(x) + f(x-10) = 0$?