

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

8 класс, 2017 год

1. Найдите числа x , y , z из уравнений

$$\begin{cases} 1 + x + y = xy, \\ 2 + y + z = yz, \\ 5 + z + x = zx. \end{cases}$$

2. Число x неизвестно, но известно число $A = x + \frac{1}{x}$.

1. Выразите через A числа $B_k = x^k + \frac{1}{x^k}$ для $k = 2, 3, 4, 8$.

2. Выясните, при каких A и x выполняются равенства

$$B_2 = B_4 = B_8.$$

3. На завод привезли несколько энергосберегающих приборов суммарным весом 120 кг. Известно, что общий вес трёх самых лёгких приборов составил 31 кг, а трёх самых тяжёлых — 41 кг. Сколько энергосберегающих приборов привезли на завод, если веса любых двух приборов различны?

4. Два брата получили в наследство покос в форме прямоугольного треугольника, катеты которого соотносятся как 3 : 4. Чтобы разделить его, они выходят из вершины прямого угла (каждый по своему катету) и идут по краю покоса (по периметру) с одинаковой скоростью до встречи друг с другом. Точку встречи соединяют с началом их пути и получают две треугольные части.

1. Получились ли у братьев части одинаковой площади?

2. Сколько существует различных прямоугольных треугольников с другим соотношением катетов, для которых построенные указанным способом части будут равны по площади?

5. Рано утром включили насос и начали заполнять резервуар для горючего. В 10 ч утра включили второй насос, который начал откачивать горючее. В 12 ч резервуар был заполнен наполовину, а в 14 ч резервуар заполнился на $\frac{2}{3}$. Каким может быть время самого раннего включения первого насоса?