

Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

11 класс, 2017 год

1. Финансовый аналитик энергетической компании после сложных расчетов с применением математических методов вычислил, что прибыль компании за 2016 год составила S миллионов рублей, где

$$S = \lg(10^4 \operatorname{tg} 2017^\circ) + \lg(10^5 \operatorname{tg} 2018^\circ) + \dots + \lg(10^{20} \operatorname{tg} 2023^\circ).$$

Совет директоров не удовлетворился этими сведениями и попросил аналитика указать не формулу вычисления S , а результат, т. е. конкретное число. Через 11 минут число S было получено. Каково оно?

2. На тепловой электростанции запас газа ежемесячно меняется следующим образом. Если в текущем месяце запас равен x м³, то в следующем месяце он будет равен $c - 2x$ м³. Может ли запас газа оказаться одинаковым в какие-то два различных месяца? Если это возможно, то какое значение имеет запас, одинаковый для двух разных месяцев?

3. Окружность S_1 , которая касается параболы $y = x^2$ в ее вершине, имеет диаметр 1. Каждая из последующих окружностей S_2, S_3, S_4, \dots касается внешним образом предыдущей окружности и ветвей параболы. Найдите радиус окружности S_{2017} .

4. Про положительные числа a, b, c известно, что $a^2 + b^2 + c^2 = 6abc$. Найдите наименьшее значение выражения $a + b + c$.

5. Для каждого натурального $n > 1$ пусть $S(n)$ означает число решений уравнения $\sin nx = \sin x$ на интервале $[0, \pi]$. Найдите явный вид зависимости $S(n)$ от n и определите, сколько раз $S(n)$ принимает значение 2017.