

# Олимпиада «Надежда энергетики» по математике

## 10 класс, 2015 год, вариант 1

1. 100 сотрудников энергетической компании пользуются сетью Монолайн, а 200 сотрудников — сетью Громофон. За внутрисетевой звонок Монолайн берёт 43 копейки, а Громофон меньше, но целое число копеек. За звонок в другую сеть стоимость звонка возрастает в 3 раза. Все входящие звонки бесплатные. В течение дня каждый сотрудник звонит каждому по одному разу и от каждого один раз получает встречный звонок. Сколько стоят звонки с Громофона, если его ежедневные доходы с компании более чем на десять тысяч рублей превышают доходы Монолайна?

2. Наземный клапан подземного газохранилища огражден деревянным забором в виде окружности, разделенной 5 кирпичными столбами на 5 дуг. Требуется раскрасить деревянные части забора так, чтобы каждая дуга была бы одного цвета, а любые две соседние дуги имели разные цвета. Какое минимальное число цветов достаточно? Сколькими способами можно это сделать, используя минимальное число цветов?

3. Карта города разделена вертикальными и горизонтальными прямыми на  $n^2$  областей, условно называемых «квадратами» и расположенных в  $n$  горизонтальных рядов и  $n$  колонок. В каждом «квадрате» располагают или не располагают одну трансформаторную подстанцию. Во всех рядах число подстанций различно. Может ли при этом число подстанций в каждой колонке не совпадать ни с одним числом подстанций в ряду? Если это возможно не всегда, то при каких условиях?

4. Для положительных чисел  $x, y, z$  заданы значения  $xyz + \frac{1}{xyz} = a, x + \frac{1}{y} = b, y + \frac{1}{z} = c$ . Выразите через  $a, b$  и  $c$  значение  $z + \frac{1}{x}$ .

5. На доске написано 15 различных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 8 чисел делятся на 7, а 10 чисел делятся на 11. Докажите, что среди них есть число, большее 220.

6. Целой частью  $[x]$  произвольного числа  $x$  называется наибольшее целое  $m$  такое, что  $m \leq x$ . Решите неравенство

$$[\cos^2(x + 2)] \geq \frac{x}{\pi}.$$

7. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны. Сравните величины  $BC + AD$  и  $AB + CD$ .