

ДВИ по математике в МГУ

2018 год

1. Какое из чисел $\frac{49}{18}$ и $\frac{79}{24}$ ближе к 3?

первое

2. Найдите все значения параметра a , при которых разность между корнями уравнения

$$x^2 + 3ax + a^4 = 0$$

максимальна.

$$\frac{2^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \mp a = 0$$

3. Решите уравнение $\sin 4x \cos 10x = \sin x \cos 7x$.

$$\mathbb{Z} \ni \varphi, \psi, \frac{2\pi}{1+\sqrt{2}}, \frac{\pi}{\sqrt{2}} = x$$

4. Решите неравенство $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}} x} \geq (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\log_x(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$.

$$[(\sqrt{2} + \sqrt{3})^x] \cap [(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x] \ni x$$

5. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Пусть M — середина отрезка AD , а N — произвольная точка отрезка BC . Пусть K — пересечение отрезков CM и DN , а L — пересечение отрезков MN и AC . Найдите все возможные значения площади треугольника DMK , если известно, что $AD : BC = 3 : 2$, а площадь треугольника ABL равна 4.

3

6. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} ax^2 + 4ax - 8y + 6a + 28 \leq 0, \\ ay^2 - 6ay - 8x + 11a - 12 \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

$$2 = 0$$

7. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$ с боковыми рёбрами AA' , BB' , CC' , DD' . На рёбрах AB , BC , CD , DA нижнего основания отмечены соответственно точки K , L , M , N , таким образом, что $AK : KB = 4 : 5$, $BL : LC = 3 : 1$, $CM : MD = 7 : 2$, $DN : NA = 3 : 1$. Пусть P , Q , R — центры сфер, описанных около тетраэдров $AKNA'$, $BLKB'$, $CMLC'$, соответственно. Найдите PQ , если известно, что $QR = 1$ и $AB : BC = 3 : 2$.

2/3

8. Найдите все пары чисел x, y из промежутка $(0, \frac{\pi}{2})$, при которых достигается минимум выражения

$$\left(\frac{\sqrt{3} \sin y}{\sqrt{2} \sin(x+y)} + 1 \right) \left(\frac{\sqrt{2} \sin x}{3 \sin y} + 1 \right)^2 \left(\frac{\sin(x+y)}{7\sqrt{3} \sin x} + 1 \right)^4.$$

$\frac{\sqrt{3}}{1} \operatorname{arccos} = \pi, \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{arccos} = x$
--