

ДВИ по математике в МГУ

2017 год

1. Какое число больше: $\sqrt{\frac{6}{7} + 7 + \frac{7}{6}}$ или 3?

□

2. Известно, что $a + b + c = 5$ и $ab + bc + ac = 4$. Найдите $a^2 + b^2 + c^2$.

□

3. Решите уравнение $\sin 7x + \sin 6x = \sin x$.

$$\mathbb{Z} \ni \varphi, \frac{\varphi}{x(1+\varphi^2)}, \frac{\varphi}{x\varphi} = x$$

4. Решите неравенство $x^2 \log_7^2 x + 3 \log_6^2 x \leq x \log_7 x \cdot \log_6 x^4$.

$$\log_7 \log_6 x \geq x \geq \log_6 \log_7 x, x = x$$

5. Через вершины A и B треугольника ABC проведена окружность, касающаяся прямых AC и BC . На этой окружности выбрана точка D (внутри треугольника), лежащая на расстоянии $\sqrt{2}$ от прямой AB и расстоянии $\sqrt{5}$ от прямой BC . Найдите угол $\angle DBC$, если известно, что $\angle ABD = \angle BCD$.

□

6. Василий с друзьями решили устроить пикник. Для этого им от пункта A нужно добраться вниз по реке до пункта B , причем в их распоряжении есть два катера. Считая себя самым ответственным, Василий вызвался самостоятельно доехать до пункта B на более быстроходном катере и начать готовить место для пикника. Оба катера вышли одновременно из пункта A . Однако, промчавшись восемь километров, Василий заметил на берегу машущего ему рукой Григория, который просил по старой дружбе довести его до пункта C . И хоть пункт C Василий уже проехал, он согласился. По пути в пункт C Василий с Григорием встретили идущий навстречу второй катер с друзьями Василия, откуда те крикнули, что им до пункта B осталась треть пути и чтобы Василий нигде не задерживался. Доставив Григория в пункт C , Василий немедленно помчался догонять друзей. Найдите расстояние между пунктами B и C , если известно, что оба катера пришли в пункт B одновременно, скорости катеров постоянны, а Василий, действительно, нигде не задерживался.

□

7. Из вершины D на плоскость основания ABC пирамиды $ABCD$ опущена высота DH . Найдите объем этой пирамиды, если известно, что площади треугольников $\triangle HBC$, $\triangle HAC$, $\triangle HAB$ равны соответственно $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{9}$, и что все три плоских угла при вершине D прямые.

□

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x}{\cos(x^2 - y^2)} - y \cdot \operatorname{tg}(x^2 - y^2) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \\ \frac{y}{\cos(x^2 - y^2)} - x \cdot \operatorname{tg}(x^2 - y^2) = \sqrt{\frac{\pi}{3}}. \end{cases}$$

$$\frac{y}{\cos(x^2 - y^2)} \cdot \frac{\cos(x^2 - y^2)}{\cos(x^2 - y^2)} = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{\cos(x^2 - y^2)}{\cos(x^2 - y^2)} = x$$