

ДВИ по математике в МГУ

2015 год

1. Найдите $f(2)$, если $f(x) = \frac{x}{5} + \frac{3}{x} + \frac{1}{10}$.

2

2. Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 - 7x + 5 = 0$.

68

3. Решите неравенство $\cos x + \sqrt{2} \cos 2x - \sin x \geq 0$.

$$\mathbb{Z} \ni u \in \left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right] \cap \left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right] \ni x$$

4. Решите уравнение $\log_x |2x^2 - 3| = 4 \log_{|2x^2 - 3|} x$.

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = x$$

5. Окружность радиуса $\frac{3}{2}$ касается середины стороны BC треугольника ABC и пересекает сторону AB в точках D и E , так что $AD : DE : EB = 1 : 2 : 1$. Чему может равняться AC , если $\angle BAC = 30^\circ$?

2 7 8

6. Велосипедист Василий выехал из пункта А в пункт Б. Проехав треть пути, Василий наткнулся на выбоину, вследствие чего велосипед безнадежно вышел из строя. Не теряя времени, Василий бросил сломавшийся велосипед и пошёл пешком обратно в пункт А за новым велосипедом. В момент поломки из пункта А выехал мотоциклист Григорий. На каком расстоянии от пункта А он встретит Василия, если пункт Б отстоит от пункта А на 4 км, а Василий доберётся до пункта А тогда же, когда Григорий до пункта Б? Скорости велосипеда, мотоцикла и пешехода считать постоянными.

100 1

7. В правильную треугольную призму с основаниями ABC , $A'B'C'$ и рёбрами AA' , BB' , CC' вписана сфера. Найдите её радиус, если известно, что расстояние между прямыми AE и BD равно $\sqrt{13}$, где E и D — точки, лежащие на $A'B'$ и $B'C'$ соответственно, и $A'E : EB' = B'D : DC' = 1 : 2$.

9 81

8. Найдите все пары (α, β) , при которых достигается минимум выражения

$$\frac{4 - 3 \sin \alpha}{2 + \cos 2\alpha} + \frac{2 + \cos 2\alpha}{\beta^2 + \beta + 1} + \frac{\beta^2 + \beta + 1}{\sqrt{\beta} + 1} + \frac{\sqrt{\beta} + 1}{4 - 3 \sin \alpha}$$

$$0 = \beta \in (\mathbb{Z} \ni u) \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = v$$