

Олимпиада «Бельчонок» по математике

10 класс, 2023 год, вариант 4

1. У Вани 6 монет, у Маши 5 монет. Каждый бросает все свои монеты. Какова вероятность, что у Вани выпадет больше решек, чем у Маши?

2. Действительные числа x, y, z удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 3, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 27. \end{cases}$$

Найдите наибольшее и наименьшее возможное значение z .

3. Прямоугольный параллелепипед $a \times b \times c$ построен из одинаковых единичных кубиков. Назовём внешними кубики, у которых хотя бы одна грань лежит на поверхности параллелепипеда, а остальные будем называть внутренними. Пусть известно, что a четное и $8 \leq a \leq b \leq c$. Найдите все такие тройки целых чисел (a, b, c) , для которых число внешних кубиков равно числу внутренних кубиков.

4. Семеро бельчат (Рыжий, Серый, Белый, Чёрный, Полосатый, Усатый, Хвостатый) должны встать в ряд. Рыжий хочет стоять слева от Серого. Белый хочет стоять слева от Чёрного. Чёрный хочет стоять слева от Полосатого. Сколькими способами бельчата могли встать в ряд, чтобы выполнилось **хотя бы** одно пожелание?

5. В треугольнике ABC из вершины A проведены биссектриса AD и высота AH . На сторонах AB и AC как на диаметрах построены полуокружности, расположенные вне треугольника ABC . Серединный перпендикуляр к AD пересекает полуокружность с диаметром AB в точке X , а полуокружность с диаметром AC в точке Y . Докажите, что точки X, Y, H, D лежат на одной окружности.