

Олимпиада «Бельчонок» по математике

8 класс, 2022 год, вариант 4

1. На доске нарисован прямоугольник. Известно, что если его ширину увеличить на 30%, а длину уменьшить на 20%, то его периметр останется неизменным. Как изменился бы периметр исходного прямоугольника, если его ширину уменьшили бы на 20%, а длину увеличили бы на 30%?
2. Квадратный трехчлен $x^2 + ux - v$ имеет различные ненулевые корни p и q , а квадратный трехчлен $x^2 + px - q$ — различные ненулевые корни u и v . Найдите всевозможные значения p , q , u и v .
3. В трапеции $KLMN$ основание LM в два раза короче KN . Внутри трапеции отмечена такая точка O , что $KL = OL$. Докажите, что прямая, соединяющая точку M с серединой отрезка ON , перпендикулярна OK .
4. Миша в течение недели каждый день срывал по яблоку и взвешивал его. Все яблоки весили по-разному, но вес каждого яблока был равен целому числу граммов и колебался от 221 грамма до 230 граммов (включительно). Миша также вычислял средний вес всех сорванных яблок, и он каждый раз был целым числом. Яблоко, сорванное в седьмой день, весило 225 граммов. Сколько весило яблоко, сорванное в шестой день?
5. Несколько команд провели турнир по хоккею — каждая команда сыграла с каждой по разу. За победу начислялось 2 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш очков не давалось. Команда «Бельчата» одержала больше всех побед и набрала меньше всех очков. Какое наименьшее количество команд могло принимать участие в турнире?