

## Олимпиада «Бельчонок» по математике

## 8 класс, 2022 год, вариант 3

1. Существует ли прямоугольный треугольник, гипотенуза которого численно равна половине его площади?

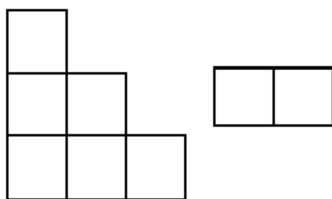
2. Квадратный трехчлен  $px^2 + qx + r$  имеет два корня. Докажите, что трехчлен

$$3px^2 + 2(p+q)x + (q+r)$$

также имеет два корня.

3. Известно, что в трапеции  $KLMN$  боковая сторона  $KL$  равна основанию  $LM$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины оснований  $KN$  и  $LM$  соответственно, причем точка  $P$  лежит на биссектрисе угла  $L$ . Докажите, что  $LN = 2PQ$ .

4. Квадрат размером  $100 \times 100$  клеток разбит на фигурки двух типов, изображённые на рисунке. Может ли оказаться, что фигурок из шести клеток ровно 333? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



5. Несколько команд провели турнир по гандболу — каждая команда сыграла с каждой по разу. За победу начислялось 2 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш очков не давалось. Если по итогам две команды набрали одинаковое число очков, более высокое место присуждалось команде, у которой больше разница между числом забитых и пропущенных мячей. Три первые команды набрали соответственно 7, 5 и 3 очка. Сколько очков набрала последняя команда?