

Олимпиада «Бельчонок» по математике

8 класс, 2022 год, вариант 2

1. Существует ли прямоугольный параллелепипед, все стороны которого выражаются целыми числами, а площадь его поверхности численно равна сумме длин всех его рёбер?
2. Квадратный трёхчлен $x^2 + 3px + p$ имеет корни u и v , а квадратный трёхчлен $x^2 - 4qx + q$ имеет корни $\frac{1}{u}$ и $\frac{1}{v}$. Найдите p и q .
3. Серединные перпендикуляры к диагоналям KM и LN выпуклого четырехугольника $KLMN$ пересекают прямую LM в точках P и Q соответственно (P лежит на продолжении отрезка LM за точку L , а Q — за точку M). Оказалось, что $KP \parallel NQ$. Докажите, что $LN \perp KM$.
4. Сумма двух целых чисел равна 100, и сумма двух других целых чисел тоже равна 100. Числа в первой паре перемножили и сложили с произведением чисел во второй паре. Могла ли сумма этих двух произведений равняться 1001?
5. Шесть команд провели турнир — каждая команда сыграла с каждой по разу. За ничью начислялось 1 очко, за проигрыш очков не давалось. Шесть команд набрали соответственно 10, 7, 6, 6, 3 и 3 очков. Сколько очков (не обязательно целое число) начислялось за победу?