

## Олимпиада «Бельчонок» по математике

## 10 класс, 2022 год, вариант 2

1. Шесть членов жюри олимпиады проверяли работы. Все шестеро, исключая пятого, в состоянии проверить работы за 6 дней. Если бы они проверяли вчетвером без первого и третьего, то все работы были бы проверены за 10 дней. Поскольку второй, четвертый и шестой были заняты, работы были проверены оставшимися за 12 дней. Какой процент всех работ при этом был проверен первым и третьим членами жюри за 4 дня?
2. Квадратные трёхчлены  $f = ax^2 + bx + c$  и  $g = px^2 + qx + r$  не имеют корней, а их сумма  $f + g$  — трёхчлен, имеющий корни. Найдите знак произведения  $c \cdot r$ .
3. В клетках таблицы  $7 \times 7$  расставлены числа  $-1$ ,  $0$  и  $1$  так, что в каждом квадрате  $3 \times 3$  сумма чисел равна  $0$ . Какое наибольшее значение может принимать сумма всех чисел таблицы?
4. В треугольнике  $KLM$  угол  $LKM$  тупой. На стороне  $LM$  как на диаметре построена окружность, которая пересекает продолжения сторон  $LK$  и  $MK$  в точках  $P$  и  $Q$  соответственно. Через точки  $P$  и  $Q$  проведены касательные к окружности, которые пересекаются в точке  $R$ . Докажите, что прямая  $LR$  перпендикулярна  $M$ .
5. Печенье макарину трёх сортов (шоколадные, малиновые, апельсиновые) упаковывают в стандартные коробки по 20 изделий в каждой. Каждая коробка содержит макарину всех видов, причем порядок их расположения в коробке не существен. Сколько можно составить различных наборов макарин при условии, что в коробке шоколадных макарин не менее 3 и не более 14, малиновых тоже не менее 3 и не более 14, а апельсиновых не менее 2 и не более 12?