

Олимпиада «Бельчонок» по математике

8 класс, 2019 год, вариант 2

1. Пусть k — натуральное число. Докажите, что среди 29 последовательных чисел $30k + 1$, $30k + 2$, \dots , $30k + 29$ имеется не более 8 простых.
2. Найдите $\frac{a}{b}$, если $(6a + b)^2 = 25ab$.
3. Известно, $ABCDE$ — выпуклый пятиугольник. Прямые BE и AC пересекаются в точке P , прямые CE и AD — в точке Q , прямые AD и BE — в точке O , треугольники ABP и DEQ — равнобедренные с углом при вершине равным 40° . Какие значения может принимать градусная мера угла ACE , если известно, что треугольники APO и EQO также равнобедренные?
4. Бельчонок прошёл в финал математического конкурса. Перед ним лежат 25 шишек, 25 грибов и 25 ягод. Бельчонку требуется выбрать 25 из 75 этих предметов так, чтобы заработать максимальное количество баллов. Баллы начисляются следующим образом. За каждую шишку бельчонок получает один балл. За каждый гриб — количество баллов, равное удвоенному количеству выбранных шишек. За каждую ягоду — количество баллов, равное утроенному количеству выбранных грибов. Какое максимальное количество баллов может получить бельчонок?
5. В шахматном турнире участвовали 52 бельчонка-шахматиста. Перед обеденным перерывом на турнире было сыграно 64 партии, причём каждый бельчонок сыграл либо 2, либо 3 партии и никто из бельчат не играл друг с другом дважды. Возможно ли, что никакие два бельчонка, сыгравшие по 3 партии, не играли между собой?