

## Олимпиада «Бельчонок» по математике

## 8 класс, 2019 год, вариант 1

1. Пусть  $k$  — натуральное число. Известно, что среди 29 последовательных чисел  $30k + 1$ ,  $30k + 2$ ,  $\dots$ ,  $30k + 29$  имеется 8 простых. Докажите, что  $30k + 1$  и  $30k + 29$  обязательно простые.
2. Найдите  $\frac{a}{b}$ , если  $\frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \frac{25}{12}$ .
3. Известно,  $ABCDE$  — выпуклый пятиугольник. Прямые  $BE$  и  $AC$  пересекаются в точке  $P$ , прямые  $CE$  и  $AD$  — в точке  $Q$ , прямые  $AD$  и  $BE$  — в точке  $O$ , треугольники  $ABP$  и  $DEQ$  — равнобедренные с углом при вершине равным  $80^\circ$ . Какие значения может принимать градусная мера угла  $ACE$ , если известно, что треугольники  $APO$  и  $EQO$  также равнобедренные?
4. Бельчонок прошёл в финал математического конкурса. Перед ним лежат 15 шишек, 15 грибов и 15 ягод. Бельчонку требуется выбрать 15 из 45 этих предметов так, чтобы заработать максимальное количество баллов. Баллы начисляются следующим образом. За каждую шишку бельчонок получает один балл. За каждый гриб — количество баллов, равное удвоенному количеству выбранных шишек. За каждую ягоду — количество баллов, равное утроенному количеству выбранных грибов. Какое максимальное количество баллов может получить бельчонок?
5. В шахматном турнире участвовали 50 бельчат-шахматистов. Перед обеденным перерывом на турнире была сыграна 61 партия, причём каждый бельчонок сыграл либо 2, либо 3 партии и никто из бельчат не играл друг с другом дважды. Возможно ли, что никакие два бельчонка, сыгравшие по 3 партии, не играли между собой?