

Олимпиада «Бельчонок» по математике**11 класс, 2019 год**

1. В ряд выписывают дроби $\frac{1}{4061}, \frac{2}{4060}, \frac{3}{4059}, \dots, \frac{4060}{2}, \frac{4061}{1}$. Сколько всего целых чисел встретится в таком ряду?
2. Пчелы продают мед двух видов: правильный и неправильный. Правильный мед (без стоимости горшка) ровно втрое дороже неправильного (без стоимости горшка). Кроме того, Пчелы принимают пустые горшки из-под меда в обмен на горшки с медом. У Винни-Пуха есть 28 пустых горшков. Он хочет обменять все эти горшки на несколько полных горшков так, чтобы пустых горшков у него не осталось. Сколько полных горшков сможет получить Винни, если 13 горшков с неправильным медом стоят столько же, сколько 6 горшков с правильным? Найдите все варианты и докажите, что других нет.
3. Две окружности касаются внутренним образом в точке K . В большей окружности проведена хорда AB , касающаяся меньшей окружности в точке L . Найдите BL , если $AL = 10$ и $AK : BK = 2 : 5$.
4. Каждый член арифметической прогрессии a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 принадлежит промежутку $[-\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}]$. Оказалось что $\sin a_1 + \sin a_4 = \cos a_2 + \cos a_5$. Какие значения может принимать a_3 ?
5. Найдите все такие числа $N = 9^n - 1$, где n — натуральное число, которые имеют ровно три различных простых делителя, один из которых равен 13.