

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 11 класс, 2024 год

1. Дан треугольник ABC , в который вписана окружность с центром O . Пусть M и N — точки касания вписанной окружности со сторонами AB и AC . Известно, что $AO = 2 \cdot MN$. Найдите $\angle A$.

30 баллы

2. Для всех действительных параметров $a \in [0; 1]$ определите число корней уравнения

$$\left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right| = a$$

на полуинтервале $[0; 24)$.

11 корней при $1 > a > 0$ или вовсе 22; 1 = a и 0 = a или вовсе 11

3. 1. Изобразите на координатной плоскости множество A , заданное неравенством

$$x^2 y^2 < 2 - xy.$$

2. Докажите, что любые две точки множества A можно соединить внутри A либо отрезком, либо ломаной из двух звеньев.

4. Можно ли утверждать, что если для рациональных чисел a, b, c сумма

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$$

является рациональным числом, то $a = b = c = 0$?

Можно

5. В клетчатом квадрате 8×8 две клетки одной строки или столбца назовем диполем, если между ними ровно две клетки. Петя решил отметить как можно больше диполей, закрашивая разными цветами разные диполи (а обе клетки одного и того же диполя — одним цветом). Какое наибольшее количество диполей он сможет закрасить?

30