

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 10 класс, 2024 год

1. Найдите наименьшее возможное значение суммы

$$x + y + z$$

трех положительных чисел x, y, z , удовлетворяющих соотношению $xy + yz + xz = 27$.

6

2. Дан треугольник ABC периметра P с углом A , равным α . Найдите радиус вневписанной окружности, касающейся BC и продолжений сторон AB и AC .

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

3. Для всех действительных параметров $a \in [0; 180]$ определите, сколько раз в течение суток угол между часовой и минутной стрелками часов составляет a градусов. (Угол между стрелками понимается как угол между векторами и принимает значения от 0 до 180 градусов.)

$$22 \text{ раза при } a = 0 \text{ и } a = 180; 44 \text{ раза при } 0 < a < 180$$

4. Можно ли утверждать, что если для рациональных чисел a, b, c сумма

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$$

является рациональным числом, то $a = b = c = 0$?

Можно

5. В клетчатом квадрате 8×8 две клетки одной строки или столбца назовем диполем, если между ними ровно две клетки. Петя решил отметить как можно больше диполей, закрашивая разными цветами разные диполи (а обе клетки одного и того же диполя — одним цветом). Какое наибольшее количество диполей он сможет закрасить?

30