

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 9 класс, 2020 год

1. Найдите все простые числа p , для которых $8p + 1$ представляет собой:
 - а) точный квадрат;
 - б) точный куб.
2. Даны две квадратичные функции $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = cx^2 + bx + a$. Оказалось, что функция $f(x) + g(x)$ имеет единственный корень. Докажите, что функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют общий корень.
3. n фишек с номерами $1, 2, \dots, n$ расставлены в ряд по возрастанию. За один ход разрешается поменять местами любые две фишки, между которыми стоят ровно две фишки. Существует ли такое n , для которого удастся за несколько ходов расставить все фишки в обратном порядке?
4. На сторонах CD и AD квадрата $ABCD$ отмечены точки M и N соответственно. Оказалось, что $CM + AN = BN$. Докажите, что $\angle CBM = \angle MBN$.
5. Дан выпуклый 37-угольник, у которого все углы выражаются целым числом градусов. Докажите, что среди углов имеются хотя бы три одинаковых.