

## Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

### Математика, 9 класс, 2019 год

1. Может ли длина одной из медиан прямоугольного треугольника составлять
  - а) 51% от длины гипотенузы?
  - б) 49% от длины гипотенузы?
2. Из пунктов  $A$  и  $B$  одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Они ехали с постоянными скоростями. С момента встречи первый велосипедист ехал до пункта  $B$  40 минут, а второй до пункта  $A$  — полтора часа. Найдите время от начала движения до встречи и отношение скоростей велосипедистов.
3. Вписанная окружность треугольника  $ABC$  с центром  $O$  касается сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  в точках  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно. Оказалось, что угол  $AOC$  в четыре раза больше угла  $MKN$ . Найдите угол  $B$ .
4. За круглым столом сидят 20 акционеров. Какое минимальное значение может иметь суммарное количество их акций, если известно, что
  - а) у любых трех из них в сумме больше 1000 акций,
  - б) у любых трех подряд сидящих акционеров в сумме больше 1000 акций?
5. Дан неравносторонний треугольник со сторонами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . Если существует треугольник со сторонами  $a + b - c$ ,  $b + c - a$ ,  $a + c - b$ , то рассматривают этот новый треугольник и с ним проделывают ту же процедуру (и т. д.), в противном случае процесс заканчивается.
  - а) Может ли в этом процессе встретиться треугольник, подобный исходному?
  - б) Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?