

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 10 класс, 2019 год

1. Существует ли прямоугольник с иррациональными сторонами, у которого
 - а) площадь и периметр — числа целые?
 - б) площадь, периметр и диагональ — числа целые?
2. Даны коэффициенты a, b, c квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$. Его график пересекает оси координат в трёх точках, и через эти точки провели окружность, которая пересекла ось Oy ещё в одной точке. Найдите ординату этой четвертой точки.
3. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ взяты точки M и N соответственно, такие, что $AN = BN$ и $\angle ABN = \angle CDM$. Докажите, что $CM = MD$.
4. Сколько решений в целых числах x, y имеет уравнение

$$|3x + 2y| + |2x + y| = 100?$$

5. Дан неравносторонний треугольник со сторонами a, b, c . Если существует треугольник со сторонами $a + b - c, b + c - a, a + c - b$, то с новым треугольником проделывают ту же процедуру, и т. д., в противном случае процесс заканчивается.
 - а) Может ли в этом процессе встретиться треугольник, подобный исходному?
 - б) Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?