

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 9 класс, 2017 год

1. Найдите значение выражения $\frac{(a^2+b^2)^2 - c^2 - 4a^2b^2}{a^2+c-b^2}$ при $a = 2017$, $b = 2016$, $c = 2015$. Результат обоснуйте.
2. Петя говорит Коле: «Если ты задумаешь квадратный трехчлен, имеющий корни, и назовешь мне только старший коэффициент и расстояние между корнями, то я угадаю ординату вершины на его графике». Коля считает, что Петя ошибается: ведь для задания квадратного трехчлена нужно знать три числа. Кто из мальчиков прав?
3. На доске записано несколько (более двух) последовательных целых чисел.
 - а) Докажите, что можно стереть одно число так, чтобы среднее арифметическое оставшихся чисел было целым.
 - б) Какое число k (удовлетворяющее свойству п. а)) можно стереть, если записано сто чисел: $1, 2, \dots, 100$? Укажите все возможные значения k .
4. Дан неравносторонний треугольник, у которого длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Докажите, что в этом треугольнике есть два угла, меньшие 60° .
5. Имеется n гирек, каждая весит целое число граммов, а суммарный их вес равен 100 гр. Верно ли, что все гирьки всегда можно разложить на две чаши весов так, чтобы они уравновесились, если
 - а) $n = 50$;
 - б) $n = 51$?