

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 8 класс, 2017 год

1. Найдите значение выражения $\frac{(a^2+b^2)^2-c^2-4a^2b^2}{a^2+c-b^2}$ при $a = 2017$, $b = 2016$, $c = 2015$. Результат обоснуйте.
2. Можно ли разрезать квадрат на четыре выпуклых многоугольника с разным числом сторон?
3. Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$). На стороне BC отметили точки K и N (точка K лежит между B и N) так, что $KN = AN$. Докажите, что $AC < AB$.
4. На доске записано несколько (более двух) последовательных целых чисел.
 - а) Докажите, что можно стереть одно число так, чтобы среднее арифметическое оставшихся чисел было целым.
 - б) Какое число k (удовлетворяющее свойству п. а)) можно стереть, если записано сто чисел: $1, 2, \dots, 100$? Укажите все возможные значения k .
5. Андрей и Сева собрались в гости к Боре. Андрей находится в пункте A , а Боря — в пункте B на расстоянии 30 км от пункта A по прямому шоссе. Сева находится в пункте C ровно посередине между A и B . Друзья решили отправиться одновременно: Андрей на велосипеде, а Сева пешком, но Андрей оставит велосипед в условленном месте, чтобы им воспользовался Сева (Андрей закончит путь пешком). На велосипеде мальчики двигаются со скоростью 20 км/час, а пешком — со скоростью 5 км/час. Где надо оставить велосипед, чтобы друзья смогли вместе как можно раньше попасть к Боре?