

## Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

## Математика, 9 класс, 2016 год

1. Докажите, что для любого натурального  $n$  число  $n^3 + 6n^2 + 12n + 16$  составное.
2. а) Дано квадратное уравнение  $x^2 - 9x - 10 = 0$ . Пусть  $a$  — его наименьший корень. Найдите  $a^4 - 909a$ .  
б) Для квадратного уравнения  $x^2 - 9x + 10 = 0$ , у которого  $b$  — наименьший корень, найдите  $b^4 - 549b$ .
3. На доске вначале было записано  $n$  чисел:  $1, 2, \dots, n$ . Разрешается стереть любые два числа на доске, а вместо них записать модуль их разности. Какое наименьшее число может оказаться на доске после  $(n - 1)$  таких операций
  - а) при  $n = 111$ ;
  - б) при  $n = 110$ ?
4. Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ , у которого  $AB = AD = 1$ ,  $\angle A = 80^\circ$ ,  $\angle C = 140^\circ$ . Найдите длину диагонали  $AC$ .
5. В квадрате со стороной 1 отметили 53 точки, из которых четыре являются вершинами квадрата, а остальные (произвольные) 49 точек лежат внутри. Докажите, что найдется треугольник с отмеченными вершинами, имеющий площадь не более 0,01.