

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 8 класс, 2016 год

1. Имеется n кг крупы (n — целое число), чашечные весы и одна трехкилограммовая гиря.
 - а) Докажите, что если n не делится на 3, то за несколько взвешиваний можно отмерить 1 кг крупы;
 - б) Можно ли при $n = 19$ отмерить 1 кг крупы за три взвешивания?
2. Двумя перпендикулярными разрезами прямоугольник разрезали на четыре прямоугольника. Известно, что у трёх из них периметр выражается целым числом. Обязательно ли и у четвертого прямоугольника периметр будет целым?
3. На доске вначале было записано n чисел: $1, 2, \dots, n$. Разрешается стереть любые два числа на доске, а вместо них записать модуль их разности. Какое наименьшее число может оказаться на доске после $(n - 1)$ таких операций
 - а) при $n = 111$;
 - б) при $n = 110$?
4. На шахматной доске отметили центры некоторых клеток так, что никакой из треугольников с отмеченными вершинами не является прямоугольным. Какое наибольшее число точек могло быть отмечено?
5. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, у которого $AB = AD = 1$, $\angle A = 80^\circ$, $\angle C = 140^\circ$. Найдите длину диагонали AC .