

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 11 класс, 2016 год

1. Решите неравенство

$$\frac{x - \sin 5}{\sin 6} < \frac{\sin 5}{x - \sin 6}.$$

2. Найдите все параметры b , для которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 = 0, \\ ax + y = ab \end{cases}$$

имеет решение при любом a .

3. Дан треугольник ABC , вписанный в окружность ω . Точка M — основание перпендикуляра из точки B на прямую AC , точка N — основание перпендикуляра из точки A на касательную к ω , проведенную через точку B . Докажите, что $MN \parallel BC$.

4. а) Исследуйте функцию $y = \frac{\sqrt{x^2+1}+x-1}{\sqrt{x^2+1}+x+1}$ на четность (нечетность).

б) Найдите область определения и множество значений этой функции.

5. Последовательность a_n задается следующим образом: $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$, $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{10}{9}$. Докажите, что a_n принимает целые значения для бесконечного множества номеров n .