

Олимпиада «Будущие исследователи — будущее науки»

Математика, 10 класс, 2016 год

1. Докажите, что для любого натурального n число $n^3 + 6n^2 + 12n + 16$ составное.
2. а) Дано квадратное уравнение $x^2 - 9x - 10 = 0$. Пусть a — его наименьший корень. Найдите $a^4 - 909a$.
б) Для квадратного уравнения $x^2 - 9x + 10 = 0$, у которого b — наименьший корень, найдите $b^4 - 549b$.
3. Дан треугольник ABC , вписанный в окружность ω . Точка M — основание перпендикуляра из точки B на прямую AC , точка N — основание перпендикуляра из точки A на касательную к ω , проведенную через точку B . Докажите, что $MN \parallel BC$.
4. а) Исследуйте функцию $y = \frac{\sqrt{x^2+1}+x-1}{\sqrt{x^2+1}+x+1}$ на четность (нечетность).
б) Найдите область определения и множество значений этой функции.
5. В квадрате со стороной 1 отметили 53 точки, из которых четыре являются вершинами квадрата, а остальные (произвольные) 49 точек лежат внутри. Докажите, что найдется треугольник с отмеченными вершинами, имеющий площадь не более 0,01.