

Целочисленная оптимизация

1. Найдите наименьшее значение функции $f(n) = n + \frac{24}{n}$ на множестве целых положительных чисел n .

2. («Физтех», 2023, 11) Про натуральные числа n, m, k и l известно, что $mn = kl = 350$. Оказалось, что точки с координатами (m, n) и (k, l) различны, а площадь треугольника с вершинами в данных точках и начале координат минимальна. Вычислите эту площадь.

021

3. («Росатом», 2021, 11.3) Сколько существует пар натуральных чисел (a, b) у которых

$$\text{НОК}(a, b) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2 = 17640, \quad \text{НОД}(a, b) = 12?$$

Среди всех таких пар указать ту, для которой $a + b$ принимает минимально возможное значение, и найти это значение (пары (a, b) и (b, a) считать за одну).

876 8

4. («Максвелл», 2018, 3Э, 8) Восьмикласснику Васе поручили перетащить копну сена массой $M = 600$ кг из овина в сарай, расстояние между которыми $L = 100$ м. Известно, что скорость v мальчика обратно пропорциональна квадрату его массы m вместе с грузом и может быть выражена формулой $v = \beta/m^2$, где β — постоянный коэффициент. Масса Васи равна $m_0 = 50$ кг.

1) Найдите значение коэффициента пропорциональности β , если расстояние от сарая до овина мальчик (без сена) преодолевает за время $t_0 = 40$ с.

2) Определите, какое минимальное время понадобится Васе, чтобы равными порциями перенести всё сено. Для этого случая найдите массу одной порции сена.

$$\beta = \frac{v_0^2}{m_0^2} = \frac{0.25}{2500} = 10^{-5} \text{ м} \cdot \text{кг}^2 / \text{с}^2; \quad t_{\text{min}} = \frac{c}{v_0} = 2320 \text{ с}$$