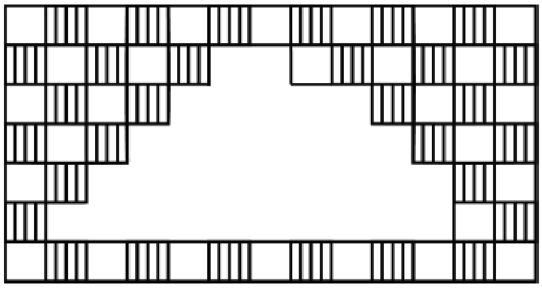
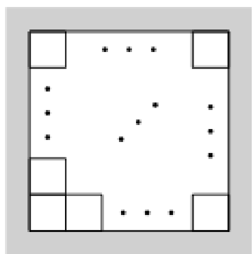
Замощения плитками

1. (*Всеросс., 2016, ШЭ, 5.1*) Плитки двух видов были выложены на стене в шахматном порядке. Несколько плиток упали со стены. Оставшиеся плитки изображены на рисунке. Сколько полосатых плиток упало? Обязательно объясните свой ответ.



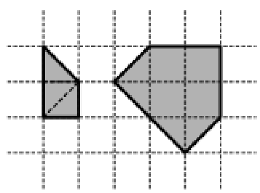
15

2. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 5.4*) Квадратную площадку замостили квадратной плиткой (все плитки одинаковые). К четырём сторонам площадки примыкает в общей сложности 20 плиток. Сколько всего плиток использовалось?

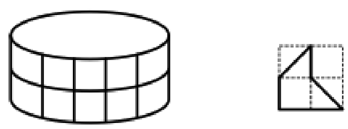


36 плиток

3. (*Всеросс., 2014, МЭ, 5.2*) Федя из трёх равных треугольников составил несколько различных фигур (одна из них изображена на рисунке слева). Затем из всех имеющихся фигур он сложил «стрелку» так, как показано на рисунке справа. Нарисуйте отдельно каждую из Фединых фигур и покажите, как из них можно сложить «стрелку».



4. (*Всеросс., 2015, МЭ, 5.4*) Полина решила раскрасить свой клетчатый браслет размером 10×2 (см. рисунок слева) волшебным узором из одинаковых фигурок (см. рисунок справа), чередуя в них два цвета. Помогите ей это сделать. (*Изобразите ответ на полоске, являющейся разверткой браслета.*)



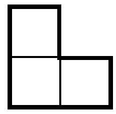
5. (*Всеросс., 2015, ШЭ, 6.4*) Как из 13 прямоугольников размерами 1×1, 2×1, 3×1, $\ldots$, 13×1 составить прямоугольник, у которого все стороны больше 1?

6. (*Московская устная олимпиада, 2018, 6.2*) Конструктор состоит из плиток размерами 1×3 и 1×4. Из всех имеющихся плиток Федя сложил два прямоугольника размерами 2×6 и 7×8. Его брат Антон утащил по одной плитке из каждого сложенного прямоугольника. Сможет ли Федя из оставшихся плиток собрать прямоугольник размером 12×5?

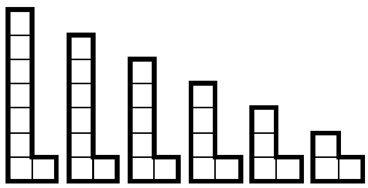
7. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.3, 7–8.4, 9.2*) Сложить квадрат наименьшей площади из квадратиков размера 1×1, 2×2 и 3×3 так, чтобы количество квадратиков каждого размера было одинаковым.

8. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2016, 5–6.5*) Найдите 5 прямоугольников, из которых можно сложить квадрат размера 15×15, причём таких, что все 10 чисел, соответствующие ширине и высоте каждого прямоугольника, являются различными целыми числами.

9. (*Математический праздник, 2011, 6.2*) Разрежьте квадрат 6×6 клеточек на трёхклеточные уголки (см. рисунок) так, чтобы никакие два уголка не образовывали прямоугольник 2×3.

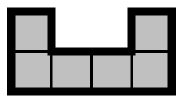


10. (*Московская устная олимпиада, 2005, 6.3*) Из набора уголков (рис.) сложите прямоугольник.



11. (*Математический праздник, 1990, 5.4*) Замостите плоскость одинаковыми а) пятиугольниками; б) семиугольниками.

12. (*Математический праздник, 2005, 6.4*) Незнайка разместил без наложений в квадрате 10×10 только 13 фигур («скобок»), изображённых на рисунке. Попробуйте разместить больше.



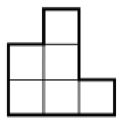
Можно разместить 14, 15 и 16 «скобок»

13. (*Математический праздник, 2004, 6.4; 7.5*) Сложите из фигур, изображённых на рисунке,

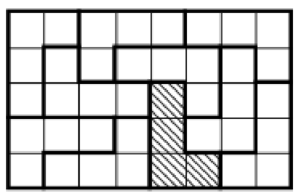
а) квадрат размером 9×9 с вырезанным в его центре квадратом 3×3;

б) прямоугольник размером 9×12.

(Фигуры можно не только поворачивать, но и переворачивать.)



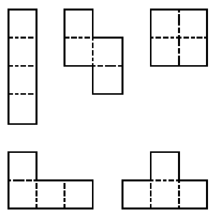
14. (*Математический праздник, 2004, 6.5*) В распоряжении юного паркетчика имеется 10 одинаковых плиток, каждая из которых состоит из 4 квадратов и имеет форму буквы Г (все плитки ориентированы одинаково). Может ли он составить из них прямоугольник размером 5×8? (Плитки можно поворачивать, но нельзя переворачивать. Например, на рисунке изображено неверное решение: заштрихованная плитка неправильно ориентирована.)



15. (*Московская устная олимпиада, 2016, 6.5*) Вася нарисовал карандашом разбиение клетчатого прямоугольника на прямоугольники размером 3×1 (тримино), закрасил ручкой центральную клетку каждого из получившихся прямоугольников, после чего стер карандашные линии. Всегда ли можно восстановить исходное разбиение?

16. (*Математический праздник, 1999, 6.6*) На плоскости нарисован чёрный квадрат. Имеется семь квадратных плиток того же размера. Нужно положить их на плоскость так, чтобы они не перекрывались и чтобы каждая плитка покрывала хотя бы часть чёрного квадрата (хотя бы одну точку внутри него). Как это сделать?

17. (*Всеросс., 2016, МЭ, 7.2*) Заполните квадрат размером 6×6 фигурками тетриса (см. рисунок) так, чтобы использовать фигурки каждого из указанных видов. (*Фигурки можно как поворачивать, так и переворачивать.*)



18. (*Московская устная олимпиада, 2004, 7.7*) Из доски 64×64 вырезали угловые клетки. Как расчертить эту доску на уголки из трёх клеток так, чтобы из нее нельзя было вырезать прямоугольника, состоящего из цельных уголков?

19. (*Московская устная олимпиада, 2008, 7.8*) Предложенные вам четыре одинаковые фигуры (см. рисунок слева) требуется уложить в шестиугольник (см. рисунок справа) так, чтобы они не выступали за его границы и не накладывались друг на друга (даже частично).