

## Трапеция

ЗАДАЧА 1. («Курчатов», 2017, 8.2) Диагонали трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) пересекаются в точке  $S$ . Известно, что  $AD \perp AC$  и  $BS = 2CD$ . Докажите, что  $\angle CDB = 2\angle ADB$ .

ЗАДАЧА 2. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 8.8) В трапеции диагонали пересекаются под прямым углом и одна из них равна средней линии. Определите, какой угол образует эта диагональ с основаниями трапеции.

ЗАДАЧА 3. («Ломоносов», 2012, 8.5) На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $DA$  равнобедренной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  отметили точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  соответственно. Оказалось, что  $KLMN$  — параллелограмм. Докажите, что  $KP = MQ$ , где  $P$  и  $Q$  — середины сторон  $AB$  и  $CD$  соответственно.

ЗАДАЧА 4. («Курчатов», 2014, 8.3) К боковой стороне  $AB$  равнобокой трапеции  $ABCD$  провели серединный перпендикуляр. Он пересёк отрезок  $BC$  в точке  $E$ . Найдите угол  $ABC$ , если известно, что прямые  $AE$  и  $CD$  перпендикулярны.

ЗАДАЧА 5. («Покори Воробьёвы горы!», 2016, 9.6) В трапеции  $KLMN$  известны основания  $KN = 25$ ,  $LM = 15$  и боковые стороны  $KL = 6$ ,  $MN = 8$ . Найдите длину отрезка, соединяющего середины оснований.

5

ЗАДАЧА 6. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.5, 9.4) В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD \parallel BC$  диагонали пересекаются в точке  $E$ . Известны площади  $S(\triangle ADE) = 12$  и  $S(\triangle BCE) = 3$ . Найдите площадь трапеции.

27

ЗАДАЧА 7. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 7–8.7, 9.6) В трапеции известны длины диагоналей — 6 и 8, а также длина средней линии — 5. Найдите высоту трапеции.

4,8

ЗАДАЧА 8. (МГУ, ДВИ, 2013.6) Трапеция  $ABCD$  вписана в окружность радиуса  $R$  и описана около окружности радиуса  $r$ . Найдите  $r$ , если  $R = 12$ , а косинус угла между диагональю  $AC$  и основанием  $AD$  равен  $\frac{3}{4}$ .

7

ЗАДАЧА 9. (МГУ, мехмат, 2002-05.3) Точка  $M$  лежит на боковой стороне  $CD$  трапеции  $ABCD$ . Известно, что

$$\angle BCD = \angle CBD = \angle ABM = \arccos \frac{5}{6}$$

и  $AB = 9$ . Найдите  $BM$ .

15

Задача 10. (МГУ, мехмат, 2000-03.4) Перпендикуляр к боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$ , проходящий через ее середину  $K$ , пересекает сторону  $CD$  в точке  $L$ . Известно, что площадь четырехугольника  $AKLD$  в пять раз больше площади четырехугольника  $BKLC$ ,  $CL = 3$ ,  $DL = 15$ ,  $KC = 4$ . Найти длину отрезка  $KD$ .

□