

Тела вращения

1. (Моск. матем. регата, 2013, 10) Точка A лежит на окружности верхнего основания прямого кругового цилиндра, B — наиболее удаленная от неё точка на окружности нижнего основания, C — произвольная точка окружности нижнего основания. Найдите AB , если $AC = 12$, $BC = 5$.

2. (Моск. матем. регата, 2012, 10) Вокруг цилиндрической колонны высотой 20 метров и диаметра 3 метра обвита узкая лента, которая поднимается от подножия до вершины семью полными витками. Какова длина ленты?

$$\sqrt{40177 + 007^2} \pi$$

3. («Покори Воробьёвы горы!», 2015.2) Через точку, лежащую на оси цилиндра радиуса $\sqrt{3}$ и отстоящую от ближайшего к ней основания цилиндра на расстояние 1, проведена плоскость. Найдите объём меньшей части цилиндра, отсекаемой этой плоскостью, если угол между осью цилиндра и плоскостью равен 60° .

$$\frac{2}{3}$$

4. («Покори Воробьёвы горы!», 2016.4) На плоскости основания конуса с высотой, равной радиусу основания, дана точка (вне конуса), удалённая от окружности основания на расстояние, равное двум радиусам основания. Найдите угол между касательными плоскостями к боковой поверхности конуса, проходящими через данную точку.

$$2 \arctg \frac{2}{\sqrt{5}}$$

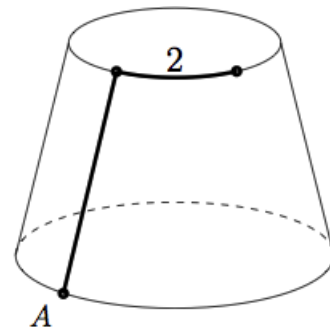
5. («Покори Воробьёвы горы!», 2018.5) Развёртка боковой поверхности усечённого конуса с образующей, равной 12, представляет собой часть кругового кольца с центральным углом $\frac{2\pi}{3}$. Найдите радиусы оснований этого усечённого конуса, если площадь его поверхности равна площади полного кругового кольца.

$$10 + 2\sqrt{35} \pi \text{ и } 14 + 2\sqrt{35}$$

6. («Ломоносов», 2007.8) Грани двугранного угла пересекают боковую поверхность цилиндра радиуса 3, образуя с его осью углы 50° и 70° , а ребро двугранного угла перпендикулярно этой оси и удалено от неё на расстояние 7. Найдите объём части цилиндра, расположенной внутри двугранного угла.

$$\frac{1}{2} \pi (7 \cos 20^\circ)^2$$

7. (ОММО, 2019.10) Назовём *горой* усечённый прямой круговой конус с длиной окружности нижнего основания 8, а верхнего основания — 6. Склон горы наклонён под углом 60° к плоскости основания. На окружности нижнего основания лежит точка A . Турист начинает подъём по склону из точки A к ближайшей точке верхнего основания, а затем продолжает свой путь по краю верхнего основания, и проходит расстояние 2. После этого он возвращается в точку A кратчайшим маршрутом. Чему равна длина обратного пути?



$$\frac{2}{\sqrt{3}}$$

8. (Всеросс., 2000, ОЭ, 11) Высота и радиус основания цилиндра равны 1. Каким наименьшим числом шаров радиуса 1 можно целиком покрыть этот цилиндр?

9. (Всеросс. по геометрии, 2007, 10) На плоскости лежат три трубы (круговые цилиндры одного размера в обхвате 4 м). Две из них лежат параллельно и, касаясь друг друга по общей образующей, образуют над плоскостью тоннель. Третья, перпендикулярная к первым двум, вырезает в тоннеле камеру. Найдите площадь границы этой камеры.



10. (ММО, 2009, 11) Моток ниток проткнули насквозь 72 цилиндрическими спицами радиуса 1 каждая, в результате чего он приобрёл форму цилиндра радиуса 6. Могла ли высота этого цилиндра оказаться также равной 6?

11. (Московская устная олимпиада по геометрии, 2010, 10–11) Все ребра правильной четырёхугольной пирамиды равны 1, а все вершины лежат на боковой поверхности (бесконечного) прямого кругового цилиндра радиуса R . Найдите все возможные значения R .